GUEZOURI Aek – lycée Maraval - Oran

مـا يجب أن أعرف حتى أقول : إني استوعبت هذا الدرس

- يجب أن أعرف مدلول الرمز $_{Z}^{A}X$ وإعطاء تركيب النواة الموافقة .
- يجب أن أعرف معنى النظير وأحفظ بعض الأمثلة .
- يجب أن أتعرّف على الأنوية المستقرة وغير المستقرة اعتمادا على مخطط سيقري (Segrè)
- يجب أن أعرف ما معنى نواة مشعّة .
- يجب أن أتعرف كل الجسيمات التي نصادفها في هذا الدرس
- يجب أن أعرف قانون الإنحفاظ .
- يجب أن أعرّف الإشعاعات α ، β ، γ وأكتب معادلة تحول نووي وأطبق فيها قانون الإنحفاظ .
- يجب أن أعرف قانون Soddy والتمكن من استغلال منحنى التناقص $N = f(t)$.
- يجب أن أعرف معنى النشاط الإشعاعي وأهميته ووحدة قياسه .
- يجب أن اعرف معنى الثابت الزمني وزمن نصف العمر وكيفية استنتاجهما من منحنى التناقص .
- يجب أن أعرف كيفية استعمال النشاط الإشعاعي في التأريخ .

ملخص الدرس

النشاط الإشعاعي

- النشاط الإشعاعي هو ظاهرة سببها تحوّل نووي تلقائي لأنوية غير مستقرّة لإعطـاء أنوية أكثر استقرارا وانبعاث إشعـاع .
- كل تحوّل نووي يخضع إلى انحفاظ الشحنة الكهربائية وعدد النوكليونات والطـاقة .

أنواع الإشعاعات

يوجد ثلاثة أنواع رئيسة للإشعاعات هي :

- **الإشعـاع** α (أنوية الهيليوم $_{2}^{4}He$) : $_{Z}^{A}X \rightarrow _{Z-2}^{A-4}Y + _{2}^{4}He$. هذا لإشعاع خاص عادة بالأنوية الثقيلة جدا .
- **الإشعـاع** β^{-} : $_{Z}^{A}X \rightarrow _{Z+1}^{A}Y + _{-1}^{0}e$. هذا الإشعاع خاص بالأنوية التي تحتوي على عدد أكبر من النوترونات بالنسبة لبروتوناتها .
- **الإشعـاع** β^{+} : $_{Z}^{A}X \rightarrow _{Z-1}^{A}Y + _{1}^{0}e$. هذا الإشعاع خاص بالأنوية التي تحتوي على عدد أكبر من البروتونات بالنسبة لنوتروناتها .
- **الإشعـاع** γ : هو إشعـاع يرافق عادة الإشعاعات السابقة (α ، β) ، بحيث تكون النواة الناتجة عن هذه الإشعاعات مثارة طاقويا فتشعّ γ (أي تتخلص من الطاقة الزائدة على شكل إشعاع كهرومغناطيسي لكي تستقرّ). $_{Z}^{A}X^{*} \rightarrow _{Z}^{A}Y + \gamma$

(* تدل على أن النواة مثارة)

التناقص

- النشاط الإشعاعي ظاهرة عشوائية ، لا يمكن دراسة تطورها إنفراديا ، بل نستعمل مجموعة كبيرة من الأنوية لنتكلم عن المتوسط .
- التّغيّر $\Delta N(t)$ لعدد الأنوية المشعّة بين اللحظتين t و Δt هو : $\Delta N = -\lambda N \Delta t$
- قانون التناقص هو $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ ، حيث N_0 هو عدد الأنوية في اللحظة $t = 0$
- النشاط A لمادة مشعّة هو العدد المتوسط للتفككات في وحدة الزمن $A = -\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$

النشاط عدد موجب يُقاس بـ (Becquerel) رمزه Bq

الثابت الإشعاعي (λ)

يتعلّق بطبيعة النواة ، ولا يتعلّق بالزمن . يُقاس بـ s^{-1} .

الثابت الزمني (أو ثابت الزمن)

هو الزمن المتوسط لعمر نواة ، مع العلم أن بعض الأنوية تتفكك في مدة زمنية طويلة وبعضها يتفكك في مدة زمنية قصيرة . $\tau = \dfrac{1}{\lambda}$

زمن نصف العمر

هو الزمن اللازم لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية المشعة . $t_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$

بطاقة رياضية

الدالة الأسّية

هي دالة معرفة بالعلاقة $f(x) = a^x$ ، يسمى a الأساس ، وهو عدد حقيقي أكبر تماما من 0 ، $a \neq 1$.

إذا كان $a = e$ نسميه الأساس النيبيري ، حيث $e = 2{,}718..$ ، ونكتب $f(x) = e^x$

مشتق الدالة الأسية : إذا كانت $f(x) = e^{bx}$ ، حيث b عدد حقيقي فإن $f'(x) = b\, e^{bx}$

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0$

الدالة اللوغاريتمية

هي الدالة التي تتميز بالعلاقة $f(x) = \log_a x$ ، حيث a عدد حقيقي أكبر تماما من 0 ، $a \neq 1$.

إذا كان $a = e$ نسمي اللوغاريتم نيبيريا ونكتب : $f(x) = \ln x$

خواص اللوغاريتم :

$\ln 1 = 0$ ، $\ln(a \times b) = \ln a + \ln b$

$\ln e = 1$ ، $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$ ، $\ln e^b = b \ln e = b$

على الآلة الحاسبة نستعمل الزر **ln** لحساب اللوغاريتم النيبيري لعدد وليس الزر **log**

الدرس

1 - استقرار وعدم استقرار الأنوية

أ) نواة الذرة

تتألف نواة ذرة من جسيمات تسمّى النوكليونات (nucléons) ، هي البروتونات والنوترونات ، عدد هذه النوكليونات هو العدد A .

نمثّل نواة بالشكل $_{Z}^{A}X$ ، حيث X هي النواة ، Z : عدد البروتونات (الرقم الذرّي) ، A العدد الكتلي ، أما عدد النوترونات فهو $N = A - Z$

مثال : النواة $_{11}^{23}Na$ تحتوي على 11 بروتون و 12 نوترون .

ب) **النظائر** : مجموعة من الذرات تشترك في الرقم الذري Z وتختلف في العدد الكتلي A .

بعض نظائر الأكسوجين هي $_{8}^{16}O$ ، $_{8}^{17}O$ ، $_{8}^{18}O$. بعض نظائر الكلور هي : $_{17}^{35}Cl$ ، $_{17}^{36}Cl$ ، $_{17}^{37}Cl$

الجسيمات التي نصادفها في هذا الدرس :

الجسيم	البروتون $_{1}^{1}p$	النوترون $_{0}^{1}n$	الإلكترون $_{-1}^{0}e$	البوزيتون $_{+1}^{0}e$
الكتلة (kg)	$1,673 \times 10^{-27}$	$1,675 \times 10^{-27}$	$9,1 \times 10^{-31}$	$9,1 \times 10^{-31}$
الشحنة (C)	$1,602 \times 10^{-19}$	0	$-1,602 \times 10^{-19}$	$1,602 \times 10^{-19}$

ينبعث البوزيتون جرّاء التحول المتواصل داخل النواة للبروتونات إلى نوترونات : $_{1}^{1}p \rightarrow {}_{0}^{1}n + {}_{1}^{0}e$

أما عندما يتحول نوترون إلى بروتون ينبعث إلكترون : $_{0}^{1}n \rightarrow {}_{1}^{1}p + {}_{-1}^{0}e$

يوجد حوالي 350 نواة طبيعية ، منها حوالي 60 نواة غير مستقرة . أما الأنوية الاصطناعية فكلها غير مستقرّة

جـ) نصف قطر النواة

يُعطى نصف قطر النواة بالعلاقة : $R = r_0 \sqrt[3]{A}$ ، حيث R هو نصف قطر النواة .

$\sqrt[3]{x}$: هو الجذر التكعيبي للعدد x ، إذا كان $y = \sqrt[3]{x}$ ، فإن $x = y^3$

r_0 هو ثابت بالنسبة لكل الأنوية . يُعطى $r_0 \approx 1,3\ fm$

Fermi هو وحدة لقياس المسافات الصغيرة جدا . ($1 \text{ fermi} = 10^{-15}$ m) .

مثال : نصف قطر نواة الصوديوم $_{11}^{23}Na$ هو : $R = 1,3\ \sqrt[3]{23} = 3,7\ fm$

2 – النشاط الإشعاعي

النواة النشيطة إشعاعيا هي نواة غير مستقرة ، وهي نواة تتفكك عاجلا أو آجلا عشوائيا وتلقائيا بواسطة تحوّل نووي تلقائي لإعطاء نواة أكثر استقرارا . أثناء هذا التحول تصدر النواة إشعاعات أهمها : α ، β^- ، β^+ ، γ .

نسمّي النواة المتفككة : **النواة الأب** ، ونسمّي النواة الناتجة : **النواة الإبن**

أ) **قانون الانحفاظ**

في كل تحوّل نووي يُحفَظ مــا يلي :

- الشحنة الكهربائية
- عدد النوكليونــات
- الطــاقة

$$^{A_1}_{Z_1}X_1 + ^{A_2}_{Z_2}X_2 \rightarrow ^{A_3}_{Z_3}X_3 + ^{A_4}_{Z_4}X_4$$

المتفاعلات ← → النواتج

في هذا التحوّل يمكن أن يكون X نواة أو جسيما (بروتون ، نوترون ...) ، بحيث يتحقق الانحفاظ :

$$A_1 + A_2 = A_3 + A_4$$
$$Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$$

ب) **الإشعــاع** α

عبارة عن أنوية الهيليوم (^4_2He)

$$^A_ZX \rightarrow ^{A-4}_{Z-2}Y + ^4_2He$$

في هذا التحوّل ينقص عدد البروتونات بـ 2 ، ولدينا : عدد النوترونات قبل التحول هو $N = A - Z$ ، أما بعد التحول فيكون عدد النوترونات $N' = A - 4 - (Z - 2) = A - Z - 2 = N - 2$ ، إذن عدد النوترونات نقُصَ بـ 2 كذلك .

في التفكّك α
تفقد النواة **2** نوترون و **2** بروتون

مثــال : $^{238}_{92}U \rightarrow ^{234}_{90}Th + ^4_2He$

جـ) **الإشعــاع** β^- ($^{0}_{-1}e$)

ينبعث إلكترون في هذا التحول : $^A_ZX \rightarrow ^{A}_{Z+1}Y + ^{0}_{-1}e$

في هذا التحوّل يزداد عدد البروتونات بـ 1 ، ولدينا : $N' = A - (Z + 1) = N - 1$ ، أي أن عدد النوترونات نقُصَ بـ 1 .

في التفكّك β^-
يتحوّل **1** نوترون إلى **1** بروتون

مثــال : $^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + ^{0}_{-1}e$

د) **الإشعــاع** β^+ ($^{0}_{+1}e$)

ينبعث بوزيتون في هذا التحوّل : $^A_ZX \rightarrow ^{A}_{Z-1}Y + ^{0}_{+1}e$

في هذا التحوّل ينقص عدد البروتونات بـ 1 ، ولدينا : $N' = A - (Z - 1) = N + 1$ ، أي يزداد عدد النوترونات بـ 1 .

في التفكّك β^+
يتحوّل **1** بروتون إلى **1** نوترون

مثــال : $^{12}_{7}N \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{0}_{+1}e$

هـ) **الإشعــاع** γ

يرافق هذا الإشعاع عادة كل الإشعاعات السابقة ، بحيث لما تشعُّ نواة إشعــاعا α ، β^- ، β^+ تكون النواة الابن (الناتجة) في حــالة طاقوية مثــارة ، فتريد التخلص من الطاقة الزائدة فتصدر إشعاعا γ لتستقر . نمثل النواة المثارة بإضافة (نجمة) X^* .

الإشعاع γ عبارة عن أمواج كهرومغناطيسية عـالية التواتر (أكبر من 10^{18} Hz) .

$$\underset{\text{نواة إبن مثــارة}}{{}^{Z'}_{A'}X^*} \rightarrow \underset{\text{نواة إبن مستقرة}}{{}^{Z'}_{A'}X} + \gamma$$

مثــال : ${}^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N^* + {}^{0}_{-1}e$ ثم تخلّص نواة الآزوت من الطاقة الزائدة : ${}^{14}_{7}N^* \rightarrow {}^{14}_{7}N + \gamma$

3 – مخطط Segrè

في هذا المخطط نجد على الفواصل الرقم الذري Z (عدد البروتونات في النواة) وعلى التراتيب عدد النوترونات N .

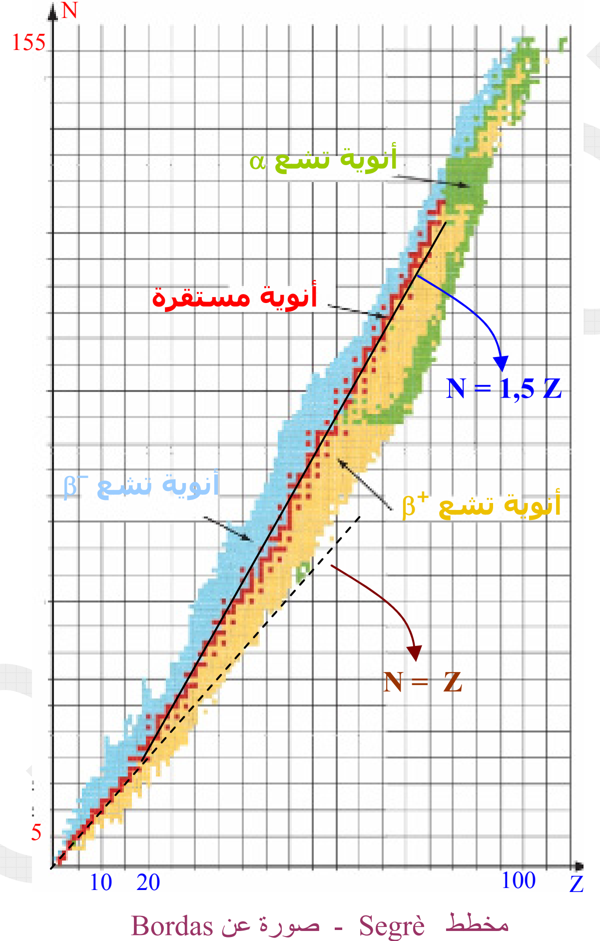
ملاحظة : يمكن في التمارين أن تصادف Z أو A على التراتيب .

المستقيم الذي معادلته N = Z ، والذي يمثّل المنصف الأول يسمى مستقيم الإستقرار ، معنى هذا أن الأنوية القريبة من هذا المستقيم بعدد بروتوناتها وعدد نوتروناتها تكون أكثر إستقرارا . (يوجد توازن في العدد بين البروتونات والنوترونات)

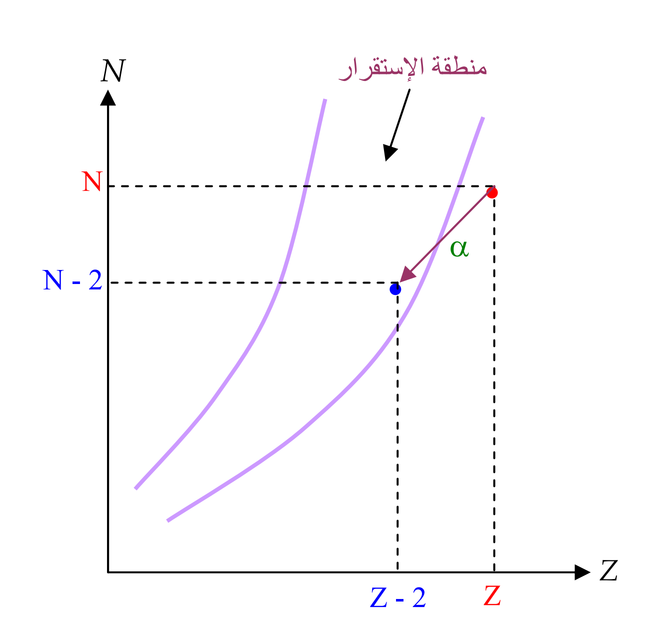
لكي تستقر نواة يجب أن يوجد توازن بين عدد بروتوناتها ونوتروناتها .

- الأنوية التي عدد نوكليوناتها مرتفع تشع α
- الأنوية التي فيها النوترونات كثيرة بالنسبة لنظائرها (*isobare*) المستقرة تشعّ β^- .
- الأنوية التي فيها البروتونات كثيرة بالنسبة لنظائرها (*isobare*) المستقرة تشع β^+

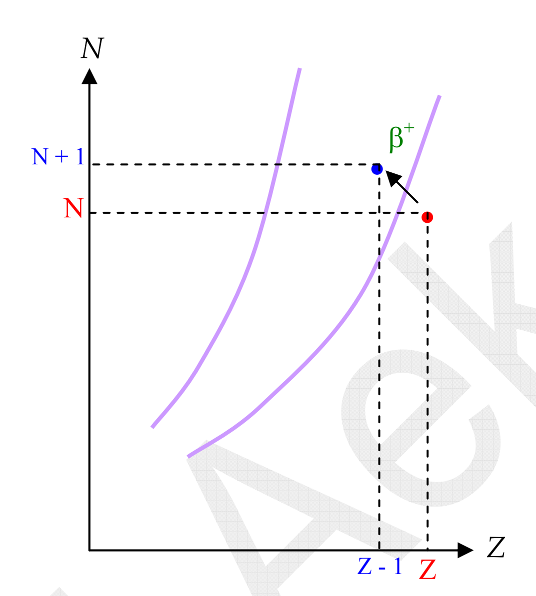
Isobare : معناها نفس العدد الكتلي *A* .



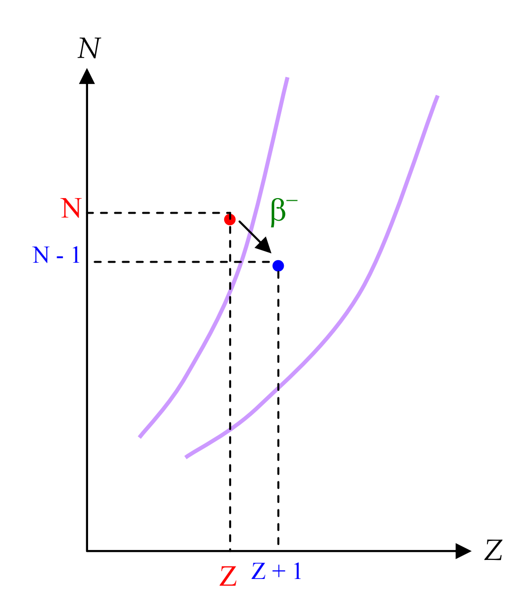
مخطط Segrè - صورة عن Bordas



دخول الأنوية إلى منطقة الاستقرار بعد إصدارها لـ α



دخول الأنوية إلى منطقة الاستقرار بعد إصدارها لـ β^+



دخول الأنوية إلى منطقة الاستقرار بعد إصدارها لـ β^-

4 – قـانون التناقص الإشعـاعي

إن تفكك الأنوية هي ظاهرة عشوائية محضة ، حيث لا يمكن التنبؤ باستمرار تفكك نواة أو توقفها عن ذلك . لهذا لا يمكن دراسة الأنوية انفراديا كما تعودنا ذلك في دراسة تطور حركة نقطة مـادية .

إذن دراسة تفكك الأنوية هي دراسة إحصائية ، معنى هذا أنها تعتمد على القيم المتوسطة ، أي ندرس عينة من الأنوية ونعمم الدراسة على كل الأنوية مجتمعة رغم أن تفكك هذه الأنوية انفراديا لم يكن متماثلا على الإطلاق .

أ) قـانون Soddy

ليكن N_0 عدد الأنوية في عيّنة مشعة في اللحظة $t = 0$. يصبح هذا العدد N في اللحظة t .

يمكن بواسطة جهاز يلتقط الإشعاعات الصادرة من تفكك الأنوية أن نتابع تطوّر تفكك هذه الأنوية .

ليكن N متوسط الأنوية في اللحظة t و ΔN التغير في عدد الأنوية في المدة الزمنية Δt . إن هذا التغير يتناسب مع :

- N : عدد الأنوية في اللحظة t
- $\lambda \Delta t$: احتمال التفكك في المجال الزمني Δt .

λ هو الثابت الإشعـاعي ، يتعلّق بطبيعة النواة و لا يتعلّق بالزمن .

عدد الأنوية يتناقص خلال الزمن ، وبالتالي $\frac{dN}{dt}$ تمثّل سرعة التناقص ، و هذه السرعة سالبة طبعا (تذكر سرعة اختفاء المتفاعلات) .

نكتب إذن $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ (1)

يمكن كتابة العلاقة (1) على الشكل $\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt$ (2)

إن الدالة التي نشتقها ونجد $\frac{f'(x)}{f(x)}$ هي الدالة $\ln f(x) + C$ ، حيث C : عدد حقيقي .

إذن العلاقة (2) تصبح على الشكل : $\ln N = -\lambda t + C$ (3)

تحديد الثابت C :

نعلم أن في اللحظة $t = 0$ يكون عدد الأنوية N_0 ، و هو عددها قبل بدء التفكك . بالتعويض في العلاقة (3) نجد :

وبالتالي $C = ln N_0$

نعوّض C في العلاقة (3) : $ln N - ln N_0 = -\lambda t$ ، أو $ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t$ (4)

إذا كان $ln x = a$ ، فإن $x = e^a$ $x = e^a$ ، وبالتالي نكتب العلاقة (4) $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ، ومنه العلاقة النهائية :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

وحدة قيـاس λ : بما أن N و N_0 من نفس الجنس (عدد أنوية) إذن $e^{-\lambda t}$ مجرّد من الوحدة ، يعني λt ليس له وحدة ، إذن يجب أن تكون وحدة λ هي مقلوب الثانية (s^{-1}) .

ب) زمن نصف العمر (الدور) $t_{1/2}$

هو الزمن اللازم لكي يتغيّر عدد الأنوية من N_0 إلى $\frac{N_0}{2}$.

بالتعويض في العلاقة (2) نكتب : $\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه : $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t}$ ، وبإدخال اللوغاريتم على طرفي المعادلة :

$-ln 2 = -\lambda t$ ، ومنه العلاقة :

$$t_{1/2} = \frac{ln 2}{\lambda}$$

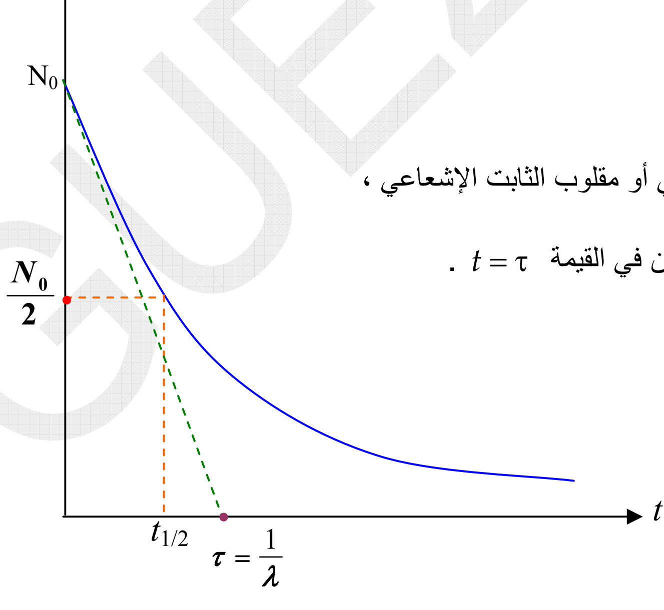
ولدينا $ln 2 = 0,69$

زمن نصف العمر يميز فقط النواة ويقاس بالثانية . ونعبّر عنه كذلك بالساعات والأيام والشهور والسنوات .

^{210}Po : 138 يوم ، ^{210}Bi : 5 أيام ، ^{232}Th : حوالي 14 مليـار سنة .

جـ) الثابت الزمني τ

هو مقلوب الثابت الاشعـاعي ، $\tau = \frac{1}{\lambda}$ ويُقاس بالثانية (s)

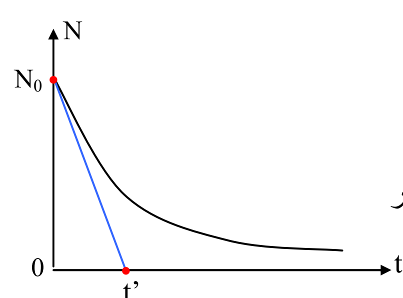


استنتـاج $t_{1/2}$ و τ و λ من البيان $N = f(t)$:

زمن نصف العمر هو فاصلة الترتيب $\frac{N_0}{2}$ ، أما بالنسبة للثابت الزمني أو مقلوب الثابت الإشعاعي ،

نرسم مماس البيان في النقطة (0 , N_0) ، فيقطع هذا المماس محور الزمن في القيمة $t = \tau$.

البرهان الرياضي لتقاطع المماس عند $t=0$ مع محور الزمن في $t'=\frac{1}{\tau}$:



ميل المماس سالب ، وليكن a ، حيث $a=-\frac{N_0}{t'}$ (1)

نعلم أن ميل المماس عند $t=0$ هو كذلك مشتق الدالة $N=f(t)$ وتعويض t بالقيمة صفر

لأن فاصلة التماس هي $t=0$

المشتق هو $a=\frac{dN}{dt}=-N_0\times\lambda$ (2)

نساوي بين العلاقتين (1) و (2) : $-\frac{N_0}{t'}=-N_0\times\lambda$ ، وبالتالي $t'=\frac{1}{\lambda}$ ، وهو المطلوب .

تنبيه : ثابت الزمن دائما أكبر من زمن نصف العمر :

$\tau=\frac{1}{\lambda}$ ، ولدينا $\lambda=\frac{0,69}{t_{1/2}}$ ، وبالتالي : $\tau=\frac{1}{0,69}\times t_{1/2}$ $\boxed{\tau=1,45\times t_{1/2}}$

5 – النشاط A

يمثل النشاط عدد التفككات في الثـانية ، وهو عدد موجب (لأن ΔN سـالب) . $A=-\frac{\Delta N}{\Delta t}$ (3)

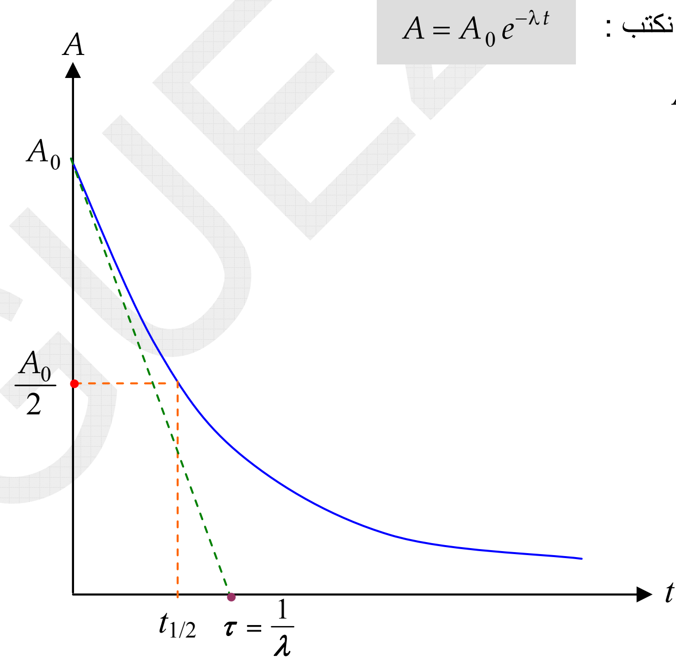
ويقاس بـ $Becquerel$ (Bq) . توجد وحدة أخرى هي Curie (Ci) غير مستعملة في البرنامج . 1 Ci = 3,7 × 10^{10} Bq

يُقاس النشاط الإشعــاعي بواسطة مقياي يسمّى مقياس جيجر ($Geiger$) ، حيث لما نقرّب هذا الجهاز من عينة مشعّة تحدث الاشعاعات المنبعثة منها أصواتا داخل الجهاز ، فيعتمد عدّ هذه الصوات في تحديد نشاط العيّنة .

نعوّض في العلاقة (3) ΔN بعبارتها : $A=\frac{\lambda N\Delta t}{\Delta t}=\lambda N=\lambda N_0 e^{-\lambda t}$.

نضع $A_0=\lambda N_0$ ونسمّيه النشاط عند اللحظة $t=0$ ، وبالتالي نكتب : $A=A_0 e^{-\lambda t}$

بنفس الطريقة نستنتج $t_{1/2}$ ، λ ، τ من البيان $A=f(t)$



6 – تأثير الإشعاعات على المادة الحية

باستطاعة الإشعاعات ، إذا كانت معتبرة أن تؤثر على خلايا الجسم ، حيث بإمكانها أن تشرّد المـادة وتخرّب الخلايا وتحويلها إلى خلايا سرطانية ، ويزداد هذا الخطر كلما كان منبع الإشعاع أكثر نشاط ، وخاصة بالطاقة التي تحملها الإشعاعات .

7 – في المجال الطبي

يمكن استغلال طاقة النشاط الإشعاعي في تدمير الخلايا السرطانية في الجسم . يُستعمل عادة اليود 131 الذي يُشع β^- والذي يوافق زمن نصف عمر يقدّر بـ 8 أيام .

8 - في مجال التأريخ

يُستعمل النشاط الإشعاعي في تحديد عمر الكواكب والصخور والآثار (مثلا عمر مومياء) والبحيرات الجوفية ، وذلك بقيـاس النسبة بين عدد الأنوية الأب والأنوية الابن .

تقدير عمر الصخور

نجد النسبة بين عدد أنوية البوتاسيوم 40 والأرغون 40 .

بواسطة عمر الصخور نستطيع بالتقريب معرفة تاريخ آخر انفجار بركان ، كيف ذلك ؟

نعلم أن الصخور تحتوي على النوكليد المشع ^{40}K ، حيث يعطي هذا النوكليد بمرور الزمن النوكليد المستقر ^{40}Ar

وذلك بواسطة التقاط إلكترون من طبقاته : $^{40}_{19}K + ^{0}_{-1}e \rightarrow ^{40}_{18}Ar + \gamma$ ، ونعلم أن الأرغون عبارة عن غاز أحادي الذرة .

نسبة التفكك $^{40}_{19}K \rightarrow ^{40}_{18}Ar + ^{0}_{-1}e$ ضئيلة جدا .

يتفكك كذلك البوتاسيوم 40 إلى ^{40}Ca حسب المعادلة : $^{40}_{19}K \rightarrow ^{40}_{20}Ca + ^{0}_{-1}e$ ، لكن الفتونات المنبعثة في التحوّل إلى أرغون هي التي تحدد البوتاسيوم الذي يعطي الأرغون .

لما ينفجر البركان وتذوب الصخور فإن غاز الأرغون ينطلق في الجو ، لكن بمجرد أن يخمد البركان وتبرد الصخور وتصبح صلبة فإن كل غاز الأرغون الناتج عن تفكك البوتاسيوم يبقى محجوزا داخل مسامات الصخور .

عندما نحلّل عينة من صخرة موجودة أمام بركان قديم جدا (إذا قلت لي كيف عرفت أنه قديم ، أقول لك : لم أعرف أنه حديث) .

ننزع الشوائب من العينة ونزن كتلة البوتاسيوم 40 وحجم غاز الأرغون 40 ونقوم بالحسابات التـالية :

عدد أنوية البوتاسيوم 40 في اللحظة t : $N_K = \frac{m_K}{40} N_A$ ، حيث m_K هي كتلة ^{40}K و N_A هو عدد أفوقادرو .

عدد أنوية الأرغون 40 في اللحظة t : $N_{Ar} = \frac{V_{Ar}}{V_M} N_A$ ، حيث V_{Ar} هو حجم Ar و N_A هو عدد أفوقادرو .

عدد أنوية البوتاسيوم عند اللحظة $t = 0$: (أي تاريخ آخر انفجار للبركان) ، مع العلم أن المدة التي يبقى فيها البركان ثائرا لا نأخذها بعين الاعتبار في التأريخ ، لأن أولا هذه المدّة قصيرة وثانيا أن التأريخ تقريبي .

هذا العدد هو $N_{0,K} = N_K + N_{Ar}$ ، وبتطبيق علاقة التناقص نكتب $N_K = (N_K + N_{Ar}) e^{-\lambda t}$ (1)

حيث λ هو الثابت الإشعــاعي للبوتاسيوم 40 .

ندخل اللوغاريتم النيبيري على طرفي العلاقة (1) ونحسب قيمة الزمن t . إن هذا الزمن هو عمر الصخرة التي أخذنا منها العينة ، وبذلك نستطيع إيجاد تاريخ آخر انفجار لهذا البركان (t') بالعملية التالية : $t' = 2012 - t$

تحديد عمر مادة حيّة بعد موتها (مثلا عظم حيوان)

وجد علماء الآثار قطعة من عظم حيوان في مغارة قديمة وأرادوا أن يتعرّفوا على تاريخ وفاة هذا الحيوان .

العمل الذي نقوم به :

نقوم بتنقية عيّنة من العظم ونحتفظ فقط بالفحم الموجود فيها (هذه العملية كيميائية بحتة) . لتكن كتلة العيّنة النقيّة هي m .

يجب أن نعلم أن في هذه العينة يوجد النظائر ^{12}C ; ^{13}C ; ^{14}C ، حيث أن ^{12}C ; ^{13}C مستقرّان أما ^{14}C فهو نظير مشعّ

حيث أنه يتفكك كالتالي : $^{14}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + \beta^-$.

نحسب عدد أنوية ^{12}C في العيّنة ، حيث نهمل عدد أنوية ^{13}C و ^{14}C بسبب نُدرة وجودها في العيّنة ونكتب $N_{12} = \frac{m}{12} N_A$

ونعلم أن في أنسجة الكائن الحي توجد كل نظائر الكربون السابقة الذكر ، فكلّما تناقص النظير ^{14}C من هذه الأنسجة يعوّضه الكائن عن طريق التنفس وعمليات معقدة أخرى ، فهناك نسبة ثابتة في كل الكائنات الحيّة بين عدد أنوية ^{14}C و ^{12}C وهي :

$$\frac{N_{14}}{N_{12}} \approx 1,3 \times 10^{-12} \qquad (1)$$

بمجرّد أن يموت الكائن الحي تشرع هذه النسبة في التناقص (انقطاع التنفّس) ، لأن ^{14}C يشرع في التفكك بدون أن يُعوّض ، أما النظير ^{12}C عدد أنويته لا يتغيّر لأنه مستقر إشعاعيا .

باستعمال النسبة (1) نستنتج عدد أنوية ^{14}C في العيّنة في اللحظة التي مات فيها الحيوان ، والتي كنّا قد أهملناها أمام عدد أنوية ^{12}C عندما قمنا بحساب N_{12} ، حيث : $N_{14} = 1,3 \times 10^{-12} \times N_{12}$

كيف نحسب عدد أنوية ^{14}C التي كانت في العيّنة لحظة وفاة الحيوان ؟

نأتي بعيّنة مماثلة من عظم حديث ونقرّب منها مقياس جيجر فيعطينا قيمة نشاط ^{14}C في اللحظة $t = 0$ ، ونستنتج عدد أنوية ^{14}C بواسطة العلاقة $N_{0,14} = \frac{A_0}{\lambda}$.

والآن لكي نجد عمر العظم نطبّق علاقة التناقص الإشعاعي $N_{14} = N_{0,14}\, e^{-\lambda t}$

$\frac{N_{14}}{N_{0,14}} = e^{-\lambda t}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النبيري على طرفي العلاقة وتعويض $\lambda = \frac{ln 2}{t_{1/2}}$ نجد :

$$t = \frac{t_{1/2}}{ln 2} \times ln \frac{N_{0,14}}{N_{14}}$$

حيث $t_{1/2}$ هو زمن نصف عمر ^{14}C و t هو عمر العظم .

ملاحظة : يمكن أن نحسب عمر العظم إذا كانت لدينا قيمتا النشاط الابتدائي (A_0) والنشاط لحظة وجود العظم (A) وذلك بالعلاقة :

$$t = \frac{t_{1/2}}{ln 2} \times ln \frac{A_0}{A}$$

تحديد عمر بحيرة جوفية

أثناء التنقيب عن البترول صادف المهندسون بحيرة مائية تحت سطح الأرض ، فأراد علماء الفيزياء معرفة عمر هذه البحيرة ، أي الزمن الفاصل بين تشكل البحيرة إلى أن عثر عليها مهندسوا البترول (طبعا التاريخ تقريبي) .

نعلم أن الماء يحتوي على الكلور ، ومن بين نظائر الكلور المشعة هو $^{36}_{17}Cl$ ، حيث يتفكك عادة حسب المعادلة $^{36}_{17}Cl \rightarrow ^{36}_{18}Ar + \beta^-$
حيث أن الماء السطحي الموجود بجوار البحيرة (ماء الآبار مثلا) يحتوي على نسبة ثابتة من $^{36}_{17}Cl$ ،لأن هذا النوكليد يتجدد بفعل تلامسه الدائم مع الجو . ولكن بمجرد أن يصبح الماء محجوزا في البحيرة فإن $^{36}_{17}Cl$ لا يتجدّد لأنه لا يلامس الجو .

العمل الذي نقوم به :

نأخذ عيّنة من ماء البحيرة ونكشف بواسطة مقياس جيجر عن نشاط $^{36}_{17}Cl$ فيها ، وليكن هذا النشاط هو A .

نأخذ عيّنة مماثلة من ماء سطحي بجوار البحيرة ونقوم بقياس نشاط $^{36}_{17}Cl$ فيها . إن هذا النشاط هو النشاط الابتدائي لعيّنة ماء البحيرة .

ليكن $t_{1/2}$ هوزمن نصف عمر النوكليد $^{36}_{17}Cl$.

نجد عمر البحيرة من العلاقة :

$$t = \frac{t_{1/2}}{ln 2} \times ln \frac{A_0}{A}$$

الجزء الثـاني

التمرين 08

1 – قانون التناقص الإشعاعي $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ ، حيث N_0 هو متوسط عدد الأنوية في بداية التفكك ، N هو متوسط عدد الأنوية في بعد المدة t من بداية التفكك .

2 – من أجل الحصول على عبارة ثابت الزمن نعوّض في عبارة التناقص N بـ $\frac{N_0}{2}$ وندخل اللوغاريتم النبيري على الطرفين ،

فنجد ثابت الزمن τ $\tau = \frac{t_{1/2}}{ln 2}$.

3 - لدينا كمية المادة في عينة (n) هي : $n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M}$ (1)

حيث N هو العدد المتوسط للأنوية ، N_A هو عدد أفوقادرو ، m هي كتلة العينة ، M الكتلة المولية للعنصر .

من العلاقة (1) نستخرج عدد الأنوية الابتدائي $N_0 = \frac{N_A}{M}m_0$ ، وبعد المدة t يكون هذا العدد $N = \frac{N_A}{M}m$

بتعويض N و N_0 بعبارتيهما في قانون التناقص نجد : $\frac{N_A}{M}m = \frac{N_A}{M}m_0 e^{-\lambda t}$ ومنه قانون التناقص بعبارة أخرى :

$$\boldsymbol{m = m_0\, e^{-\lambda t}}$$

الكتلة المتبقية من الفرانسيوم 223 : نحسب قيمة الثابت الإشعاعي λ ، $\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{22} = 3,1\times10^{-2}\, mn^{-1}$

$m = m_0\, e^{-\lambda t} = 1,0\times10^{-13} e^{-0.031\times60} = 1,5\times10^{-14}$ ، $m = 15\, fg$

4 - عدد الأنوية المتبقية : $N = \frac{N_A}{M}m = \frac{6,023\times10^{23}\times1,5\times10^{-14}}{223} = 4\times10^{7}$

نشاط الكتلة المتبقية : $A = \lambda N = \frac{0,69}{22\times60}\times4\times10^{7} = 2,1\times10^{4}\, Bq$

التمرين 09

1 - ${}^{32}_{15}P \rightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$

2 - كتلة الفوسفور 32 في العينة هي : $m_0 = \frac{53}{100}\times1 = 0,53\, g$ ، ثم بقسمة كتلة العينة على كتلة نواة واحدة من الفوسفور 32

نجد عدد الأنوية ، $N_0 = \frac{0,53}{5,356\times10^{-23}} = 9,9\times10^{21}$

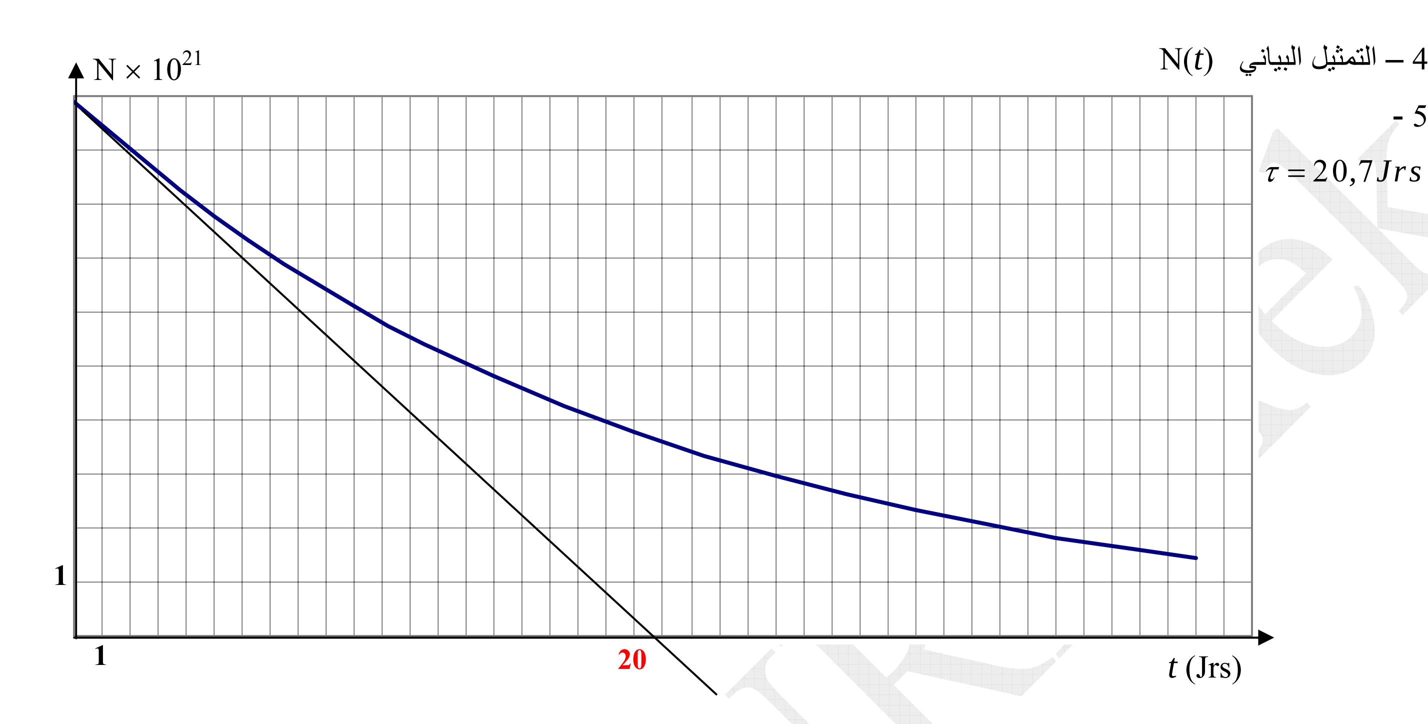
3 – باستعمال قانون التناقص نحسب العدد المتوسط للأنوية في كل لحظة :

t (j)	0	5	10	15	20	25	30	35	40
$N(t) \times 10^{21}$	9,9	7,77	6,11	4,80	3,77	2,96	2,33	1,83	1,43

4 – التمثيل البياني $N(t)$

5 -

$\tau = 20,7\,Jrs$



التمرين 10

1 – معـادلة التفكك : ${}^{212}_{83}Bi \rightarrow {}^{208}_{81}Ti + {}^{4}_{2}He$

2 – ثابت النشاط الإشعـاعي : $\lambda = \dfrac{0,69}{t_{1/2}} = \dfrac{0,69}{60 \times 60} = 1,9 \times 10^{-4}\, s^{-1}$

3 – النشاط هو عدد التفككات في الثانية . المطلوب في هذا السؤال هو حساب النشاط علما أن عدد التفككات في المدة $\Delta t = 6$ s هو $1,88 \times 10^{17}$ تفكك . (مدة القياس صغيرة جدا أمام نصف عمر البيزموت)

النشاط هو $A = \dfrac{\Delta N}{\Delta t} = \dfrac{1,88 \times 10^{17}}{6} = 3,1 \times 10^{16}\,Bq$

4 – العدد المتوسط للأنوية المشعّة في لحظة القيـاس هو $N = \dfrac{A}{\lambda} = \dfrac{3,1 \times 10^{16}}{1,92 \times 10^{-4}} = 1,61 \times 10^{20}$

5 – كتلة البيزموت الحاضرة في المنبع هي : $m = \dfrac{M.N}{N_A} = \dfrac{212 \times 1,61 \times 10^{20}}{6,023 \times 10^{23}} = 5,6 \times 10^{-2}\, g = 56\ mg$

6 – نتأكد أولا أن النشاط لا يتغير في المدة $\Delta t = 1mn$

لدينا في اللحظة t : $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ (1)

ويكون لدينا في اللحظة $(t + \Delta t)$: $A(t + \Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}$ (2)

بقسمة العلاقة (2) على (1) نكتب : $\dfrac{A(t+\Delta t)}{A(t)} = \dfrac{A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}}{A_0 e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda t} e^{\lambda t} e^{-\lambda \Delta t} = e^{-\lambda \Delta t} = e^{-1,9 \times 10^{-4} \times 60} = 0,988 \approx 1$

إذن يمكن اعتبار $A(t) = A(t + \Delta t)$ ، وبالتالي النشاط يبقى ثابتا خلال دقيقة واحدة .

نحسب عدد التفككات في خلال دقيقة والتي لم تغيّر النشاط بكيفية محسوسة ، $\Delta N = A \cdot \Delta t = 3,1 \times 10^{16} \times 60 = 1,86 \times 10^{18}$

وهو متوسط عدد الأنوية المتفككة ، وهو نفس عدد أنوية الهيليوم الصادرة حسب معادلة التفكك .

كمية مادة الهيليوم الناتجة هي $n = \frac{N}{N_A} = \frac{1,86\times10^{18}}{6,023\times10^{23}} = 3,1\times10^{-6} mol$

حجم غاز الهيليوم في الشروط النظامية هو $V = n\, V_m = 3,1 \times 10^{-6} \times 22,4 = 6,9 \times 10^{-6}$ L

7 - نعتبر في اللحظة t النشاط هو $A(t) = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وفي اللحظة $(t + \Delta t)$ هو $A(t+\Delta t) = A_0 e^{-\lambda(t+\Delta t)}$ ، ومنه

$\frac{A(t+\Delta t)}{A(t)} = e^{-\lambda\Delta t}$ ، وبالتالي : $A(t+\Delta t) = A(t)\, e^{-\lambda\Delta t}$.

$A(t) = 3,1 \times 10^{16}$ Bq

Δt (s)	3600	24 × 3600	60 × 3600
A(Bq)	$1,55 \times 10^{16}$	$2,3 \times 10^{9}$	$4,7 \times 10^{-2}$

بعد 60 ساعة تصبح قيمة النشاط صغيرة جدا ، فإذا حسبنا العدد المتوسط للأنوية المشعة في هذه اللحظة نجد :

$N = \frac{A}{\lambda} = \frac{4,7\times10^{-2}}{1,9\times10^{-4}} = 247$!! . نعتبر أن العينة اختفت ولم تصبح تشع .

التمرين 11

$^{226}_{88}Ra \xrightarrow{\alpha} {}^{222}_{86}Rn \xrightarrow{\alpha} {}^{218}_{84}Po$

1 - في اللحظة t تكون كتلة العينة $m(t) = m_0\, e^{-\lambda t}$ (1)

وفي اللحظة $(t + \Delta t)$ تكون كتلة العينة $m(t+\Delta t) = m_0\, e^{-\lambda(t+\Delta t)}$ (2)

ولدينا $m(t+\Delta t) = \frac{1}{10} m(t)$

بتقسيم العلاقة (2) على (1) نجد : $\frac{1}{10} = e^{-\lambda\Delta t}$ (3)

(الكتلة الباقية تمثل $\frac{1}{10}$ من الكتلة الابتدائية ، وكذلك متوسط الأنوية)

لدينا الثابت الإشعاعي $\lambda = \frac{0,69}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{3,825} = 0,18\ j^{-1}$ ، وبذلك نحسب المدة الزمنية بإدخال اللوغاريتم على طرفي العلاقة (3) ،

$\ln 0,1 = -\lambda\, \Delta t$ ، ومنه $\Delta t = \frac{2,3}{\lambda} = \frac{2,3}{0,18} = 12,7\ jrs$.

2 - بتطبيق قانون الغازات المثالية : $P\,V = n\,R\,T$ ، ومنه : $n = \frac{PV}{RT} = \frac{10^4\times2\times10^{-6}}{8,31\times(30+273)} = 7,9\times10^{-6} mol$

3 – عدد الأنوية هو N_0 ، حيث : $N_0 = n \times N_A = 7,9 \times 10^{-6} \times 6,023 \times 10^{23} = 4,76 \times 10^{18}$

4 – اختصارا نعتبر عدد الأنوية N_0 كان متواجدا في اللحظة $t = 0$ ، وبالتالي يكون النشاط في هذه اللحظة :

$$A_0 = \lambda\ N_0 = \frac{0,69}{3,825 \times 24 \times 3600} \times 4,78 \times 10^{18} = 10^{13}\, Bq$$

لكي نحسب النشاط بعد 100 يوم ، أي في اللحظة $t = 100$ jrs ، نطبق العلاقة :

$$A = A_0\ e^{-\lambda t} = 10^{13} \times e^{-0,18 \times 100} = 1,52 \times 10^5\, Bq$$

التمرين 12

1 - نجد علاقة بين النشاط A في اللحظة t والنشاط في اللحظة $t = 0$ عندما يكون الزمن t من مضاعفات زمن نصف العمر .

لدينا : $A = A_0\ e^{-\frac{\ln 2}{t_{1/2}} t}$ ، نضع : $t = n\, t_{1/2}$ ، فيصبح $A = A_0 e^{n \ln\left(\frac{1}{2}\right)} = A_0 e^{\ln\left(\frac{1}{2}\right)^n} = \frac{A_0}{2^n}$

لأن : $e^{\ln x} = x$

t	$t_{1/2}$	$2\ t_{1/2}$	$3\ t_{1/2}$	$4\ t_{1/2}$	$5\ t_{1/2}$
A (Bq)	$\frac{A_0}{2} = 16 \times 10^6$	$\frac{A_0}{4} = 8 \times 10^6$	$\frac{A_0}{8} = 4 \times 10^6$	$\frac{A_0}{16} = 2 \times 10^6$	$\frac{A_0}{32} = 10^6$

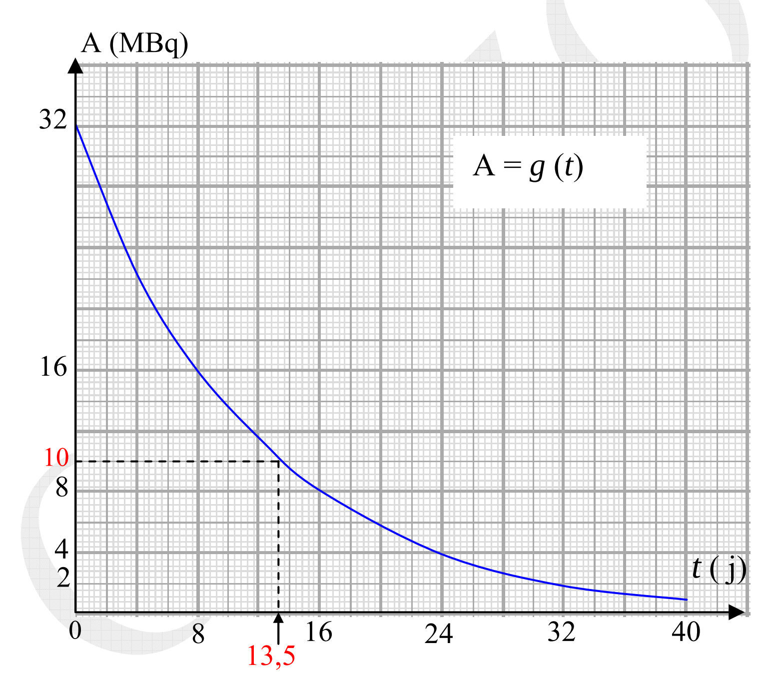
2 - $A = A_0\ e^{-\lambda t}$ ، ولدينا $\lambda = \frac{0,69}{8} = 0,086\ jrs^{-1}$

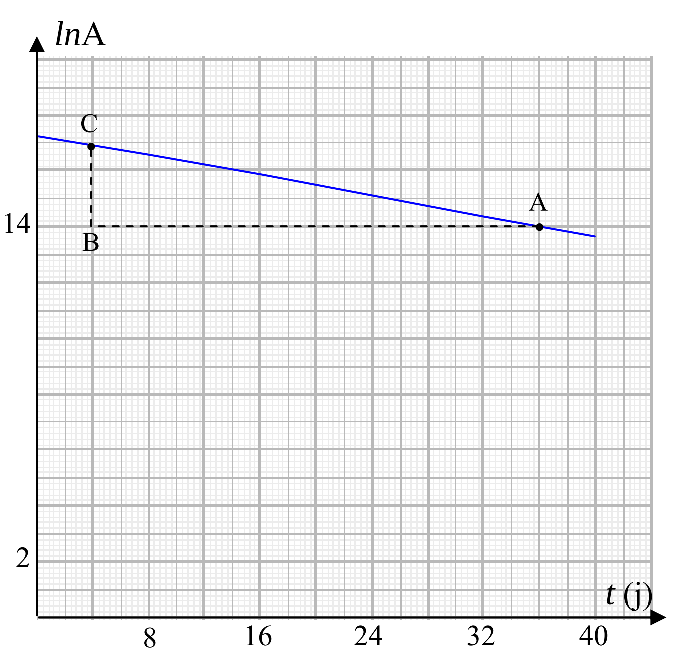
$10^7 = 3,2 \times 10^7 e^{-0,086\, t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد $t = 13,5\ jrs$

3 – تمثيل $\ln A = f(t)$

نحسب قيم $\ln A$ ونضعها على الجدول التالي :

t (j)	0	8	16	24	32	40
$\ln$ A	17,3	16,6	15,9	15,2	14,5	13,8





4 - ندخل اللوغاريتم النيبيري على طرفي علاقة النشاط : $ln\,A = ln\,A_0\,e^{-\lambda t}$

$ln\,A = lnA_0 - \lambda\,t$

معادلة المستقيم الذي حصلنا عليه هي من الشكل : $y = ax + b$ ، وهي : $\ln A = - \lambda\, t + \ln A_0$

ميل المستقيم هو $-\lambda$

من البيان : $-\lambda = -\frac{CB}{BA} = -\frac{3}{32 \times 24 \times 3600}$ ، $\lambda = 1{,}08 \times 10^{-6}\ s^{-1}$

التمرين 13

1 – يكون الإنحفاظ في الشحنة وفي عدد النوكليونات . $^{137}_{55}Cs \rightarrow {}^{137}_{56}Ba + {}^{0}_{-1}e$

2 – الطاقة المحرّرة هي : $E = \Delta\, m\, c^2$ ، حيث $\Delta\, m$ هو الفرق بين كتلتي المتفاعلات والنواتج ، و c هو ثابت أنشتاين .

$E = (m_{Cs} - m_{Ba} - m_e)\, c^2 = (136{,}90707 - 136{,}90581 - 0{,}0005486) \times c^2 \times 932{,}5 / c^2$

حيث 0,0005486 هي كتلة الإلكترون بوحدة الكتل الذرية u

الطـاقة المحرّرة بتفكك السيزيوم 137 هي : $E = 0{,}66\ MeV$

3 - المقصود **بالدور** هو زمن نصف العمر . ضياع 99 % معناه في كل 100 نواة متوسطا بقيت نواة واحدة ، أي : $\frac{N}{N_0} = 0{,}01$

وذلك باعتبار N_0 عدد الأنوية في اللحظة $t = 0$ و N عدد الأنوية في اللحظة t .

قانون التناقص $\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$ ، ولدينا $\lambda = \frac{0{,}69}{t_{1/2}} = \frac{0{,}69}{2} = 0{,}345 an^{-1}$

$ln\, 0{,}01 = -\lambda\, t$ ، ومنه $t = \frac{-\ln 0{,}01}{\lambda} = \frac{4{,}6}{0{,}345} = 13{,}34\ ans$ وهو الزمن المطلوب .

التمرين 14

$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\,\alpha + y\,\beta^-$

1 – نكتب المعادلة بالشكل : $^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\ {}^{4}_{2}He + y\ {}^{0}_{-1}e$

بتطبيق قانوني الإنحفاظ في الشحنة وفي عدد النوكليونات نكتب :

(1) $\quad 92 = 82 + 2\,x - y$

(2) $\quad 238 = 206 + 4\,x$

من المعادلة (2) نجد : $x = 8$ ، وبالتعويض في المعادلة (1) نجد : $y = 6$

2 – نعوّض N بـ $\frac{N_0}{2}$ في علاقة التناقص $N = N_0\, e^{-\lambda t}$ ونجد $\frac{1}{2} = e^{-\lambda t_{1/2}}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النيبيري على طرفي هذه العلاقة نجد $\lambda = \frac{ln\,2}{t_{1/2}}$.

3 – التناقص في متوسط عدد الأنوية هو عدد أنوية الرصاص : $N_{Pb} = N_{U_0} - N_U \qquad (2)$

وبالتالي : $N_{Pb} = N_{U_0} - N_{U_0}\, e^{-\lambda t} = N_{U_0}\left(1 - e^{-\lambda t}\right) \qquad (3)$

4 - من العلاقة (3) نكتب : $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\lambda t} \qquad (4)$

لدينا قانون التقريب : $e^{\varepsilon} \approx 1+\varepsilon$ ، حيث ε عدد حقيقي صغير أمام 1 . مثال : $\varepsilon = 0,01$ ، يكون لدينا :

$e^{\varepsilon} = 1,01$ و $1 + \varepsilon = 1 + 0,01 = 1,01$

نعوّض في العلاقة (4) λ بـ $\frac{0,7}{t_{1/2}}$: $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\frac{0,7}{t_{1/2}}t}$ ، ولدينا t أصغر بكثير من $t_{1/2}$ وبالتالي تصبح العلاقة من الشكل :

$\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1 - e^{-\varepsilon}$ ، وبالتالي يمكن تطبيق التقريب : $\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}} = 1-(1-\varepsilon) = \varepsilon = \frac{0,7}{t_{1/2}}t$

ومنه : $t = \frac{1}{0,7}\frac{N_{Pb}}{N_{U_0}}t_{1/2}$ (5)

5 - لدينا عدد الأنوية في عيّنة : $N = \frac{m \, . \, N_A}{M}$ ، إذن بالنسبة للرصاص : $N_{Pb} = \frac{10\times10^{-3}\times6,023\times10^{23}}{206} = 29,2\times10^{18}$

أما بالنسبة لعدد أنوية اليورانيوم في اللحظة t فهو $N_U = \frac{1\times6,023\times10^{23}}{238} = 25,3\times10^{20}$.

ومن العلاقة (2) نحسب $N_{U_0} = N_{Pb} + N_U = 29,2\times10^{18} + 25,3\times10^{20} = 25,6\times10^{20} \approx N_U$.

بالتعويض في العلاقة (5) نجد الزمن المطلوب : $t = 4,5\times10^{9}\,\frac{29,2\times10^{18}}{2530\times10^{18}}\times\frac{1}{0,7} = 7,42\times10^{7}\,ans$

التمرين 15

ملاحظة :

عندما تتفكك نواة لإعطـاء نواة إبن ، نــادرا ما تكون هذه النواة الإبن في حالتها الأساسية (أي غير المثارة) .

في هذا التفكك تنتج نواة الإيثريوم في حالتها الأساسية . $^{90}_{38}Sr \rightarrow \, ^{90}_{39}Y + \, ^{0}_{-1}e$

1 – المعادلة الحصيلة : $^{24}_{11}Na \rightarrow \, ^{24}_{12}Mg^{*} + \, ^{0}_{-1}e$

2 – نحسب نقص الكتلة في هذا التفكك :

كتلتا الذرتين ^{24}Na و ^{24}Mg المضبوطتان هما على التوالي:

23,984929 u و 23,97846 u

$\Delta m = (m_{Na} - m_{Mg} - m_e)$

$\Delta m = 23,984929 - 23,97846 - 0,000548 = 5,92\times10^{-3}$ u

الطاقة المحررة عن تفكك نواة الصوديوم 24 هي :

$E_{lib} = 0,00592 \times 931,5 = 5,51$ MeV

مستويات الطاقة للنظير ^{24}Mg (MeV)

5,51 Mev ^{24}Na
5,22 (3)
1,1 Mev
$^{24}Mg^{*}$
4,12 (2)
2,75 Mev
5,51 Mev
1,37 (1)
1,37 Mev
0

إذا صدرت نواة المغنيزيوم في حالة مثارة فإنها تُصدر فوتونات (إشعاعات كهرومغناطيسية γ)

حسب المعادلة : $^{24}_{12}Mg^{*} \rightarrow \, ^{24}_{12}Mg + \gamma$

إذا صدرت نواة المغنزيوم في حالتها الأســاسية فإن الطاقة المحررة (5,51 MeV) تُقدّم كلها للإلكترون $^{0}_{-1}e$ على شكل طاقة حركية .

3 – إذا صدرت نواة المغنزيوم في الحالة المثارة 2 ، فهذا يُعني أولا أن النواة تبعث فوتونا طاقته 4,12 MeV

أما الطاقة 1,39 MeV E تُقدّم على شكل طاقة حركية للإلكترون (باهمال طاقة النوترينو ν طبعا)

ملاحظة : عندما تنطلق قذيفة من مدفع نلاحظ رجوع المدفع للخلف ، هذه الظاهرة نسميها إرتداد المدفع . إن رجوع المدفع للخلف يحتاج لطاقة يُحوّلها لطاقة حركية . هذا ما يحدث عند انبعاث الإلكترون فإن النواة ترتد ، ونحن قمنا بإهمال الارتداد .

التمرين 16

1 - $^{139}_{55}Cs \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{139}_{56}Ba$

2 – القيمة الصحيحة للدور (زمن نصف العمر) هي t1/2 = 9,27 mn

$$\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = \frac{0,69}{9,27} = 7,4\times10^{-2}\,mn^{-1}$$

3 – الكتلة الموجودة في اللحظة t هي : $\frac{1}{10}m_0$

ولدينا $m = m_0 e^{-\lambda t}$ ، وبتعويض الكتلة m بعبارتها ، نكتب $\frac{1}{10}m_0 = m_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{10} = e^{-\lambda t}$

بإدخال اللوغاريتم النبيري على طرفي هذه العلاقة نجد $-\lambda t = -2,3$ ، ومنه : t = 31 mn

4 – النشاط : لدينا $A = \lambda N \quad (1)$

نحسب أولا عدد الأنوية $N = N_A \frac{m}{M} = 6,023\times10^{23}\frac{1\times10^{-6}}{139} = 43\times10^{14}$

ولدينا الثابت الإشعاعي $\lambda = \frac{0,69}{9,27\times60} = 1,24\times10^{-3}s$ ، وبالتعويض في العلاقة (1) نجد

$$A = 1,24\times10^{-3}\times43\times10^{14} = 5,3\times10^{10}\,Bq$$

التمرين 17

1 – معادلة التفكك : $^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$

قانونا الانحفاظ هما إنحفاظ الشحنة وانحفاظ النوكليونات . نوع التفكك هو β^- .

2 – الزمن اللازم هو زمن نصف العمر $t_{1/2} = 5570\,ans$

3 – العلاقة هي $A = A_0 e^{-\lambda t}$

4 – لدينا $A = 70$ Bq و $A_0 = 120$ Bq

نحسب عمر القطعة الخشبية من العلاقة $A = A_0 e^{-\lambda t}$

$$70 = 120\, e^{-\frac{0,69}{5570}t}$$

$$\frac{7}{12} = e^{-1,238\times10^{-4}\,t}$$

$$\ln\frac{7}{12} = -1,238\times10^{-4}\,t$$

ومنه $t = 3041\,ans$

التمرين 18

لدينا $A=12\,mn^{-1}=\dfrac{12}{60}=0,2\,s^{-1}=0,2\,Bq$

$$A_0=12\,mn^{-1}=\dfrac{13,6}{60}=0,226\,s^{-1}=0,226\ Bq$$

1 – زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية .

لدينا $N=\dfrac{N_0}{2}$ ، وبالتالي نكتب $\dfrac{N_0}{2}=N_0e^{-\lambda t_{1/2}}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد $t_{1/2}=\dfrac{\ln 2}{\lambda}$.

2 - $A=A_0e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\dfrac{A}{A_0}=e^{-\lambda t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نجد $-\lambda t=\ln\dfrac{A}{A_0}$ أو $\lambda t=\ln\dfrac{A_0}{A}$

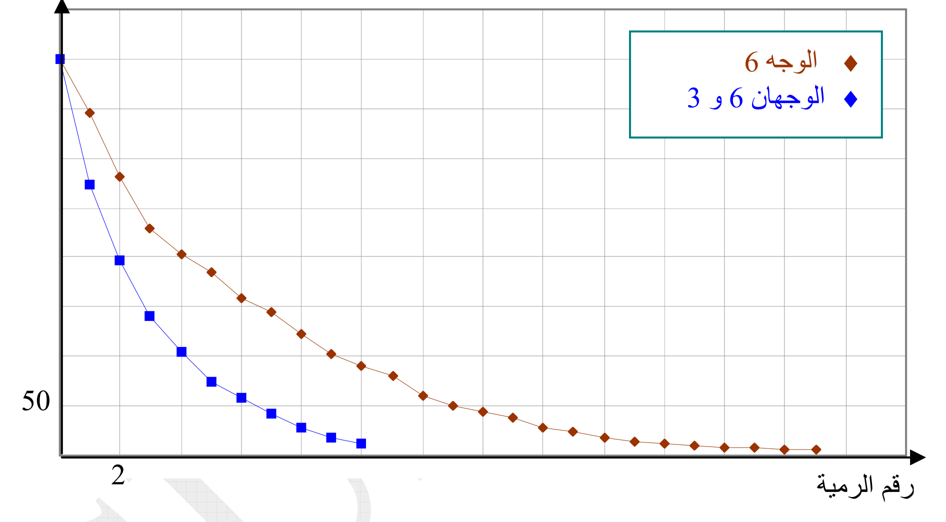
وبالتالي $t=\dfrac{\ln\dfrac{A_0}{A}}{\lambda}$

3 - $t=\dfrac{\ln\dfrac{0,226}{0,2}}{\dfrac{\ln 2}{5570}}=\dfrac{0,125\times 5570}{0,69}=1009\,ans$ ، ومنه سنة صُنع البـاخرة هي $1983-1009$ ، أي 974 م

4 - الفرضية صحيحة لأن $1000>974>700$

التمرين 19

1 –



إعـادة صياغة الفقرة الأولى من التمرين :

يشابه تفكك الأنوية عملية رمي مجموعة من أزهار النرد (Dés) عددها N_0 .

تتمّ هذه العملية كما يلي :

لدينا مجموعة من أزهار النرد عددها $N_0=400$ (أزهار النرد عبارة عن مكعّبات متماثلة - أي 6 أوجه – هذه الأوجه مرقمة من 1 إلى 6)

نقوم برميها فوق طاولة ، ثم نسحب من المجموعة كل الأزهار التي تعطي الوجه رقم 6 .

نعتبر هذه الأزهار كأنها الأنوية التي تفككت ضمن مجموعة من الأنوية .

نُعيد خلط الأزهار الباقية ، ثم نرميها ونقوم بسحب رقم 6 ، وهكذا ...

نعتبر أن كل عملية رمي توافق ثانية واحدة (1s) ، أي أن في الجدول الزمن يوافق N° de lancé . أما Dés restants يوافق الأنوية المتواجدة في اللحظة t . **انتهى**

إحصائيا (أنت غير مطالب بهذا) نجد $\Delta N=-pN\Delta t \quad (1)$

حيث p هو احتمال الحصول على الوجه رقم 6 في الرمية الواحدة .

الثابت p يوافق ثابت التفكك λ ، وهذا الاحتمال طبعا هو $p=\frac{1}{6}$ ، أي احتمال 1 من 6 (6 هو عدد الأوجه وليس الرقم 6 المسجل على أحد الوجوه) .

أما من أجل التجربة الثانية الإحتمال هو $p'=\frac{1}{6}\times 2=\frac{1}{3}$

من أجل $\Delta t\to 0$ نكتب العلاقة (1) على الشكل $\frac{dN}{dt}=-pN$ ، ويكون حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $N=N_0e^{-pt}$

ملاحظة :

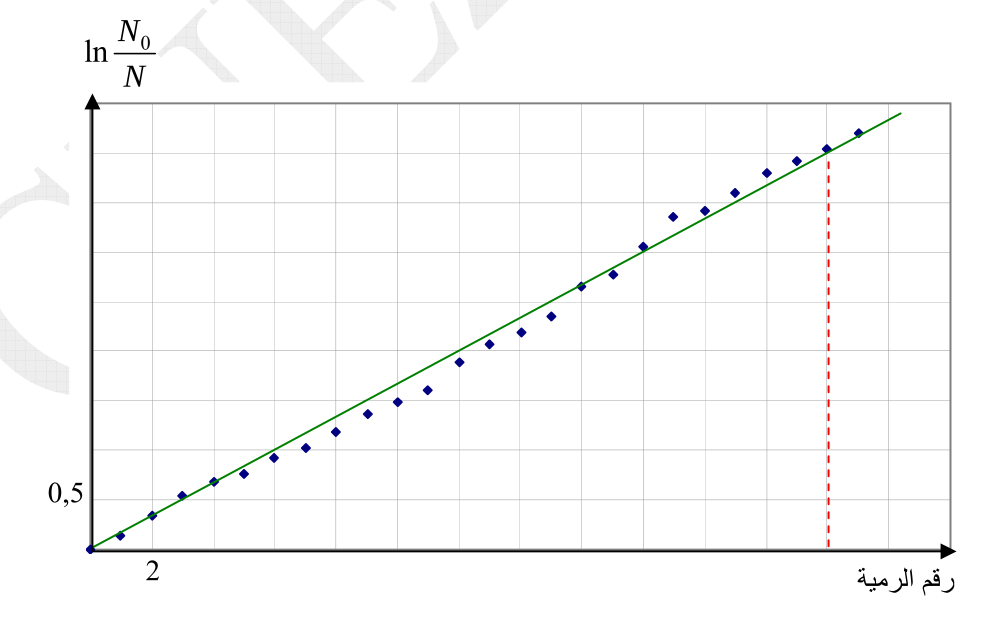
خلال تفكك الأنوية يكون دائما $p=\frac{1}{2}$ ، لأن النواة إما تتفكك أو لا تتفكك ، أي أن احتمال تفككها هو 50% .

2 - لدينا $\ln\frac{N}{N_0}=-pt$ ، وبالتالي $\ln\frac{N_0}{N}=pt$ ، وهي العلاقة التي نمثلها بيانيا ، وهي من الشكل $y=ax$

التجربة الأولى :

رقم الرمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$\frac{N_0}{N}$	1	1,16	1,42	1,74	1,98	2,16	2,51	2,77	3,25	3,92	4,44	5	6,55	7,84	8,89
$\ln\frac{N_0}{N}$	0	0,15	0,35	0,55	0,68	0,77	0,92	1,02	1,18	1,36	1,49	1,61	1,88	2,06	2,18

رقم الرمية	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$\frac{N_0}{N}$	10,52	14,28	16	21,05	28,57	30,77	36,36	44,44	50	57,14	66,67
$\ln\frac{N_0}{N}$	2,35	2,66	2,77	3,05	3,35	3,42	3,60	3,79	3,91	4,04	4,20

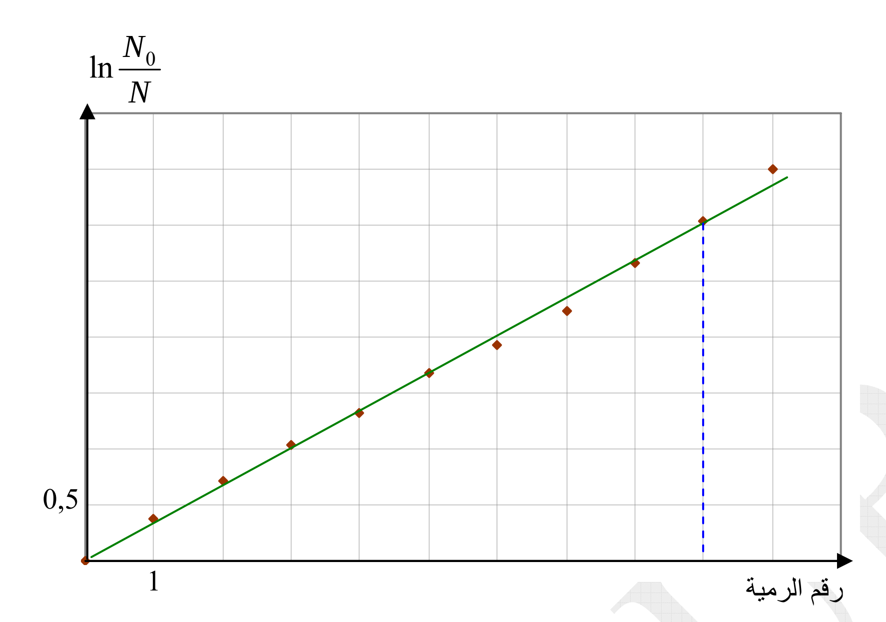


ثابت التفكك هو ميل المستقيم .

$p=\lambda=\frac{8\times 0,5}{12\times 2}=0,167\,s^{-1}$

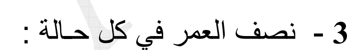
التجربة الثـانية :

رقم الرمية	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\frac{N_0}{N}$	1	1,46	2,03	2,83	3,81	5,33	6,89	9,30	14,28	21,05	33,33
$\ln\frac{N_0}{N}$	0	0,38	0,71	1,04	1,33	1,67	1,93	2,23	2,66	3,04	3,50



ثابت التفكك هو ميل المستقيم .

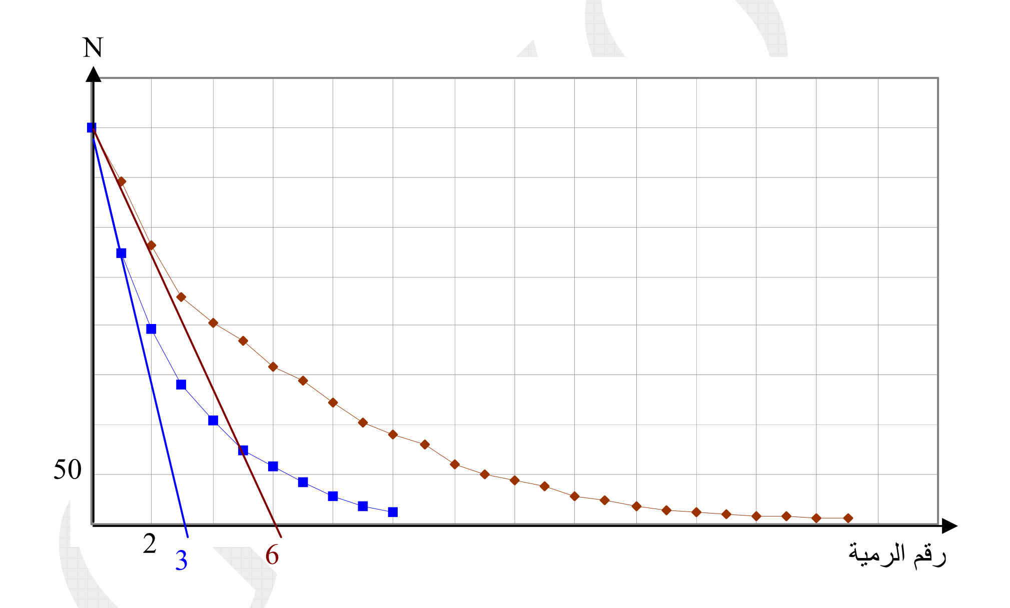
$$p' = \lambda' = \frac{6\times 0,5}{9\times 1} = 0,33\, s^{-1}$$



3 - نصف العمر في كل حـالة :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{p} = \frac{0,69}{0,167} = 4,13\, s$$

$$t'_{1/2} = \frac{\ln 2}{p'} = \frac{0,69}{0,33} = 2,09\, s$$



ملاحظة :

يمكن التأكّد من ثابت التفكك في كل تجربة

برسم المماسين للبيانين عند $t = 0$

فيقطعان محور الزمن في ثابت الزمن $\tau = \frac{1}{\lambda}$

4 - نصف عمر السيزيوم 137 هو

$$t_{1/2} = 30,2\, ans$$

كل هذا شرحناه في مقدّمة التمرين .

التمرين 20

1 - التفكك β^- : $^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{20}Ca + {}^{0}_{-1}e$

التفكك β^+ : $^{40}_{19}K \rightarrow {}^{40}_{18}Ar + {}^{0}_{+1}e$

2 - $N = \frac{A(t)}{\lambda} = \frac{A(t)\times t_{1/2}}{\ln 2}$

3 - الطاقة المحررة عن تفكك البوتاسيوم 40 إلى كلسيوم 40 :

$$E_{lib(1)}=\left(m_K-m_{Ca}-m_e\right)c^2\times\frac{931,5}{c^2}=\left(39,964-39,9626-0,000548\right)\times 931,5=0,79MeV$$

4 - الطاقة المحررة عن تفكك البوتاسيوم 40 إلى أرغون 40 :

$$E_{lib(2)}=\left(m_K-m_{Ar}-m_e\right)c^2\times\frac{931,5}{c^2}=\left(39,964-39,9624-0,000548\right)\times 931,5=0,98MeV$$

5 – الطاقتان المحسوبتان سابقا هما الطاقتان المحررتان جرّاء تفكك نواة واحدة فقط .

عدد الأنوية في جسم الإنسان الذي يزن 70 kg هي :

$$N=\frac{A(t)\times t_{1/2}}{0,69}=\frac{5000\times 1,28\times 10^9\times 365,25\times 24\times 3600}{0,69}=2,93\times 10^{11}$$

الطاقة المحرّرة من هذه الأنوية عندما يتحوّل البوتاسيوم إلى كلسيوم : $E'_{lib(1)}=\frac{89}{100}\times 0,79\times 2,93\times 10^{11}=2,07\times 10^{20}MeV$

الطاقة المحرّرة من هذه الأنوية عندما يتحوّل البوتاسيوم إلى أرغون : $E'_{lib(2)}=\frac{11}{100}\times 0,98\times 2,93\times 10^{11}=0,32\times 10^{20}MeV$

الطاقة الكلية هي : $E_{lib}=E'_{lib(1)}+E'_{lib(2)}=2,39\times 10^{20}MeV$

التمرين 21

1 - $^{232}_{90}Th\rightarrow {}^{4}_{2}He+{}^{A}_{Z}X$

$A=232-4=228$

$Z=90-2=88$

من المعطيات نستنتج أن النوكليد $^{A}_{Z}X$ هو $^{228}_{88}Ra$

2 - الكتلة المولية (M) تحوي عدد أوفوقادرو (N_A) من الأنوية ، أما الكتلة m_0 تحوي العدد N_0 من الأنوية ، وبالتالي بالقاعدة الثلاثية نجد : $\frac{m_0}{M}=\frac{N_0}{N_A}$ ، ومنه $N_0=N_A\times\frac{m_0}{N_A}=6,023\times 10^{23}\times\frac{10^{-3}}{232}=26\times 10^{17}$

3 - أ) نصف العمر للتوريوم هو المدة الزمنية اللازمة لتفكك نصف العدد المتوسط للأنوية الابتدائية .

.... « **إن الجدول أعلاه يسمح باعطاء تأطير بصفة لفظية ، مـاهو ؟** »

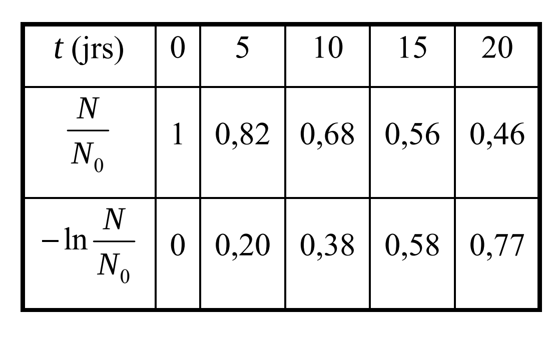
هذه العبـارة غامضة ، نقوم بتوضيحها .

إن الجدول أعلاه يسمح بحصر زمن نصف العمر بين قيمتين يُطلب تعيينهـا

الجواب :

زمن نصف العمر يوافق عدد الأنوية $N=\frac{N_0}{2}$ المتواجدة آنذاك ، أي $\frac{N}{N_0}=0,5$ ، ونعلم أن هذه القيمة محصورة بين 0,46 و 0,56 في الجدول ، إذن $15\ jrs<t_{1/2}<20\ jrs$

ب) الجدول والبيان :

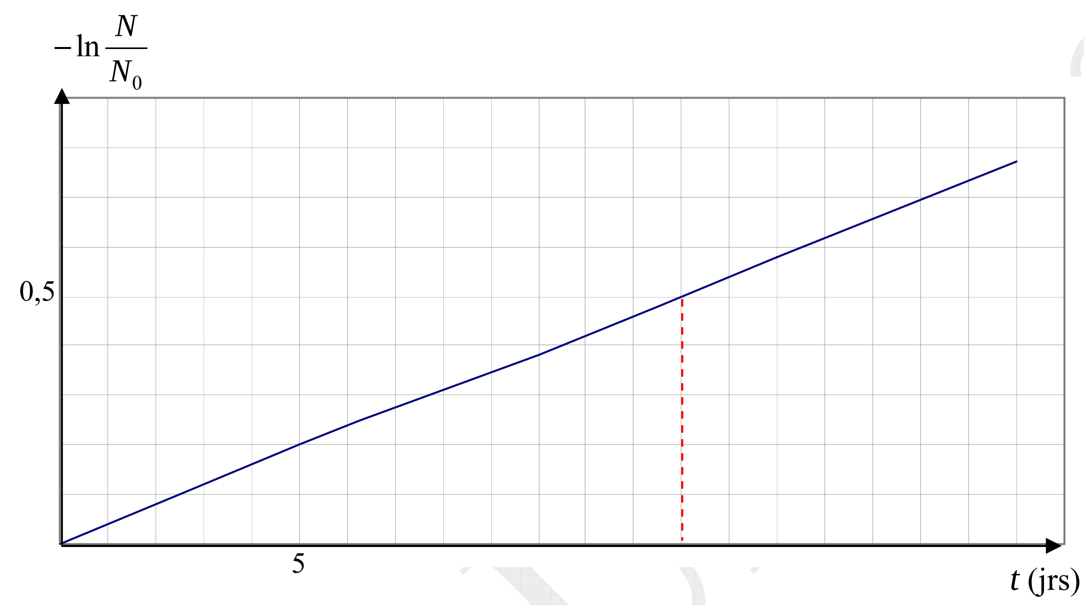


t (jrs)	0	5	10	15	20
$\frac{N}{N_0}$	1	0,82	0,68	0,56	0,46
$-\ln\frac{N}{N_0}$	0	0,20	0,38	0,58	0,77

العلاقة النظرية : لدينا $\frac{N}{N_0}=e^{-\lambda t}$ ، وبادخال اللوغاريتم النبيري على الطرفين

$\ln\frac{N}{N_0}=-\lambda t$ ، أو $-\ln\frac{N}{N_0}=\lambda t$ ، وهذه العلاقة توافق مستقيما معادلته

من الشكل : $y=ax$ ، حيث λ تمثل الميل a .



جـ)

$\lambda=\frac{0,5}{13}=3,85\times10^{-2}\ jrs^{-1}=\frac{3,85\times10^{-2}}{24\times3600}=4,45\times10^{-7}s^{-1}$ ، $t_{1/2}=\frac{\ln2}{\lambda}=\frac{0,69}{3,85\times10^{-2}}=17,9\ jrs$

4 - النشاط في اللحظة $t=0$:

$$A_0=\lambda N_0=4,45\times10^{-7}\times26\times10^{17}=1,16\times10^{12}\ Bq$$

التمرين 22

I - أسئلة تمهيدية

1 – تتميّز نواة الذرة برقمها الشحني Z وعددها الكتلي A (عدد النوكليونات) .

2 - $^{11}_{6}C$ و $^{12}_{6}C$ نظيران ، لأن لهما نفس Z (6) ويختلفان في N (بالنسبة للأول N = 5 وبالنسبة للثاني N = 6)

3 - $^{15}_{8}O\rightarrow{}^{0}_{+1}e+{}^{15}_{7}N$

II - بعض أنماط الإشعـاع

1 - β^- عبارة عن إلكترون $^{0}_{-1}e$

α عبـارة عن نواة الهليوم $^{4}_{2}He$

2 - كتلة الإلكترون $m_e=9,1\times10^{-31}kg$

كتلة نواة الهليوم $m_{He}=2m_p+2m_n=2(1,673+1,675)\times10^{-27}=6,7\times10^{-27}kg$

كتلة نواة الهليوم أكبر من كتلة الإلكترون (وكذلك كتلة البوزيتون $^{0}_{+1}e$) بحوالي 7360 مرة .

III - التصوير الوماض

طــالع الصفحة 91 من - تجريب واستكشاف – للتعرّف على كيفية استعمــال النشاط الإشعاعي في الطب (الرسّامات) .

1 – زمن نصف العمر هو الزمن اللازم لتفكك نصف متوسط الأنوية N_0 .

2 – في الطب نستعمل النوكليد المشع الذي يتناقص نشاطه بسرعة ، وهذا يتوافق مع ^{131}I ، حيث أن خلال 400 يوم يتغير النشاط من القيمة $2\times10^{5}\ Bq$ إلى القيمة $6\times10^{-3}\ Bq$.

IV - المعالجة الإشعاعية

1 - $^{60}_{27}Co \rightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{60}_{28}Ni^*$ ثم $^{60}_{28}Ni^* \rightarrow {}^{60}_{28}Ni + \gamma$

2 - أ) $N_0 = N_A \dfrac{m_0}{M} = 6,023\times10^{23}\times\dfrac{1\times10^{-6}}{60} = 10^{16}$

ب) العبارة المطلوبة هي $\dfrac{\Delta N}{\Delta t} = -\lambda N \quad (1)$

جـ) المطلوب هو : أعط عبارة ΔN ، ليس : أعط العينة ΔN .

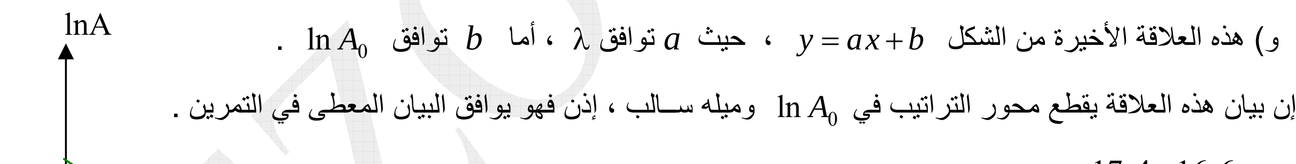
نعوّض في العبارة (1) $N = N_0 e^{-\lambda t}$ ، فنجد $\Delta N = -\lambda \Delta t N_0 e^{-\lambda t} \quad (2)$

د) النشاط في اللحظة t هو $A = \dfrac{|\Delta N|}{\Delta t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وبتعويض ΔN من العلاقة (2) نكتب : $\dfrac{\lambda \Delta t N_0 e^{-\lambda t}}{\Delta t} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه

$A_0 = \lambda N_0$

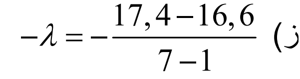
هـ) لدينا $A = A_0 e^{-\lambda t}$ ، وبادخــال اللوغاريتم النيبيري على الطرفين نكتب :

$\ln A = \ln A_0 + \ln e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\ln A = \ln A_0 - \lambda t$



و) هذه العلاقة الأخيرة من الشكل $y = ax + b$ ، حيث a توافق λ ، أما b توافق $\ln A_0$.

إن بيان هذه العلاقة يقطع محور التراتيب في $\ln A_0$ وميله ســالب ، إذن فهو يوافق البيان المعطى في التمرين .



ز) $-\lambda = -\dfrac{17,4-16,6}{7-1}$

$\lambda = 0,13\,an^{-1}$

lnA
17,4
16,6
0
1
8,5
t (ans)

حـ) العلاقة المطلوبة هي : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}}$

ط) $t_{1/2} = \dfrac{0,69}{0,13} = 5,23\,ans = 1,65\times10^{8}\,s$



التمرين 23

1 - الدور الإشعــاعي (زمن نصف العمر) لـ A هو T_A (أو $t_{1/2}$)

$\lambda_A = \dfrac{0,69}{T_A} = \dfrac{0,69}{15} = 4,6\times10^{-2}\,jrs^{-1}$

2 – نحسب عدد الأنوية الابتدائي : $N_0 = N_A \dfrac{m_0}{M} = 6,023\times10^{23}\times\dfrac{20}{225} = 53\times10^{21}$

النشاط الابتدائي هو $A_0 = \lambda N_0 = \dfrac{4,6\times 10^{-2}}{24\times 3600}\times 53\times 10^{21} = 2,8\times 10^{16}\ Bq$

3 – الاتزان الإشعاعي (أو التوازن القرني) : عندما تتفكك مجموعة من الأنوية لإعطاء أنوية غير مستقرّة ، فتبدأ هذه الأخيرة في التفكك في الوقت الذي مازالت المجموعة الأولى تتفكك ، نقول أن التوازن القرني قد حدث عندما يصبح نشاطا المجموعتين متساويين .

لدينا التفكك : $A \to B \to C$

عند الاتزان الإشعاعي تكون النسبة $\alpha = \dfrac{m_A}{m_B} = \dfrac{3}{2}$

في اللحظة t يكون عدد أنوية A : $N_{(A)} = N_A \dfrac{m_A}{M_A}$ (1)

في اللحظة t يكون عدد أنوية B : $N_{(B)} = N_A \dfrac{m_B}{M_B}$ (2)

حيث N_A هو عدد أفوقادرو .

بما أن النوكليد B ناتج عن تفكك النوكليد A حسب النمط β ، إذن $M_A = M_B$.(لا يتغير في التفكك β A)

بقسمة (1) على (2) نجد : $\dfrac{N_{(A)}}{N_{(B)}} = \dfrac{m_A}{m_B} = \dfrac{3}{2}$ (3)

بما أن نشاطي A و B متساويان ، نكتب $\lambda_A N_{(A)} = \lambda_B N_{(B)}$ ، ومنه $\dfrac{N_{(A)}}{N_{(B)}} = \dfrac{\lambda_B}{\lambda_A}$ ، وباستعمال العلاقة (3) نجد

$\dfrac{\lambda_B}{\lambda_A} = \dfrac{3}{2}$ ، ومنه $\lambda_B = \dfrac{3}{2}\lambda_A = 1,5\times 4,6\times 10^{-2} = 6,9\times 10^{-2}\ jrs^{-1}$.

زمن نصف العمر لـ B هو $T_B = \dfrac{\ln 2}{\lambda_B} = \dfrac{0,69}{6,9\times 10^{-2}} = 10\ jrs$

4 - المعادلة التفاضلية الخاصة بتفكك A هي $\dfrac{dN_{(A)}}{dt} = -\lambda N_{(A)}$

المعادلة التفاضلية الخاصة بتفكك B هي $\dfrac{dN_{(B)}}{dt} = -\lambda N_{(B)} + \lambda_A N_{(A)}$ ، لأن في نفس الوقت B يتفكك ويزداد جرّاء تفكك A .

5 - يؤدي حل هـاتين المعادلتين التفاضليتين إلى : $N_{(B)} = \dfrac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_{(A)_0}\left(e^{-\lambda_B t} - e^{-\lambda_A t}\right)$ ، حيث $K = \dfrac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_{(A)_0}$

هذا الحل معطى في التمرين $N_{(B)} = \dfrac{\lambda_A}{\lambda_A - \lambda_B} N_{(A)_0}\left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right)$ ، وهو حل خطأ .

نعيد صيـاغة السؤال الأخير : ... أثبت أنه في اللحظة $t = t_0$ يمر N_B بقيمة عظمى ، ثم احسب قيمة t_0 بالأيـام .

القيمة العظمى لـ $N_{(B)}$ تكون من أجل مشتق $N_{(B)}$ بالنسبة للزمن يساوي الصفر .

المشتق هو : $\dfrac{dN_{(B)}}{dt} = -K\lambda_B e^{-\lambda_B t} + K\lambda_A e^{-\lambda_A t}$

من أجل $\frac{dN_{(B)}}{dt}=0$ يكون $\lambda_B e^{-\lambda_B t}=\lambda_A e^{-\lambda_A t}$ ، ومنه $\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}}$

$\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=\frac{e^{-\lambda_A t}}{e^{-\lambda_B t}}=e^{(\lambda_B-\lambda_A)t}$ ، وبادخــال اللوغاريتم النبيري على الطرفين نكتب : $\ln\frac{\lambda_B}{\lambda_A}=(\lambda_B-\lambda_A)\,t$

القيمة t_0 المطلوبة هي $$t_0=\frac{\ln\frac{\lambda_B}{\lambda_A}}{\lambda_B-\lambda_A}=\frac{\ln\lambda_B-\ln\lambda_A}{\lambda_B-\lambda_A}=\frac{0,405}{2,3\times10^{-2}}=17,6\ jrs$$

التمرين 24

1 - أ) من $t=0$ إلى $t=t_0$:

عدد الأنوية المتواجدة في كل ثانية هو عدد الأنوية الذي ننتجه في كل ثانية (ρ) منقوص منه عدد التفككات في الثانية (λN) ، أي

$$\frac{dN}{dt}=\rho-\lambda N$$

$\frac{dN}{dt}+\lambda N=\rho$ ، وبضرب طرفي هذه المعادلة في $e^{\lambda t}$ نحصل على $e^{\lambda t}\left(\frac{dN}{dt}+\lambda N\right)=\rho e^{\lambda t}$

$$\frac{dN}{dt}e^{\lambda t}+\lambda N e^{\lambda t}=\rho e^{\lambda t}$$

العبارة $\frac{dN}{dt}e^{\lambda t}+\lambda N e^{\lambda t}$ تمثل مشتق جداء دالتين هما N و $e^{\lambda t}$ ، وبالتالي نكتب $\frac{d}{dt}\left(Ne^{\lambda t}\right)=\rho e^{\lambda t}$

نكامل طرفي هذه المساواة (إيجاد الدالة الأصلية) : $\int\frac{d}{dt}\left(Ne^{\lambda t}\right)=\int\rho e^{\lambda t}$

$Ne^{\lambda t}=\rho\frac{e^{\lambda t}}{\lambda}+K$ ، حيث K عبارة عن ثابت التكامل .

من هذه العبارة نجد $N=\frac{\rho}{\lambda}+Ke^{-\lambda t}$ (1)

تحديد الثابت K : نعلم أنه في اللحظة $t=0$ يكون $N=0$ (ما زالت أنوية الكربون لم تُصنع)

وبالتعويض في العلاقة (1) : $0=\frac{\rho}{\lambda}+K$ ، ومنه $K=-\frac{\rho}{\lambda}$

نعوّض عبارة K في المعادلة (1) ونجد $N=\frac{\rho}{\lambda}\left(1-e^{-\lambda t}\right)$

ب) من أجل $t>t_0$:

إنتهى تصنيع الكربون في اللحظة t_0 ، فبعد هذه اللحظة تبدأ أنوية الكربون في التناقص فقط ولا تزداد .

$\frac{dN}{dt}=-\lambda N$ ، ومنه $\frac{dN}{N}=-\lambda\,dt$

نكامل طرفي هذه المساواة (إيجاد الدالة الأصلية) : $\int\frac{dN}{N}=-\lambda\int_0^t dt$ ، وبالتالي $\ln N+K=-\lambda\left[t\right]_0^t$

حيث K هو ثابت التكامل

$\ln N + K = -\lambda t$ ، ومنه $\ln N = -\lambda t - K$ ، وبالتالي $N = e^{-\lambda t - K}$

يمكن كتابة هذه العلاقة بالشكل $N = e^{-\lambda t} \times e^{-K}$ (2)

تحديد الثابت K :

عندما $t = t_0$ يكون $N = \frac{\rho}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t}\right)$ ، وبالتعويض في العلاقة (2) نكتب $\frac{\rho}{\lambda}\left(1 - e^{-\lambda t_0}\right) = e^{-\lambda t_0} \times e^{-K}$

ومنه $e^{-K} = \dfrac{\frac{\rho}{\lambda} - \frac{\rho}{\lambda}e^{-\lambda t_0}}{e^{-\lambda t_0}} = \frac{\rho}{\lambda}\left(e^{\lambda t_0} - 1\right)$ ، وبالتعويض في العلاقة (2) نجد

$$N = \frac{\rho}{\lambda}\left(e^{\lambda t_0} - 1\right)e^{-\lambda t}$$

2 – ثابت التفكك : $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{1/2}} = \dfrac{0,69}{5600} = 1,23 \times 10^{-4}\, an^{-1}$

3 – إذا كان المقصود هو أن $\frac{3}{4}$ من القيمة الابتدائية قد تفككت ، فهذا معناه أن الـ $\frac{1}{4}$ من القيمة الابتدائية يتواجد في اللحظة t ، لأن :

$$N = N_0 - \frac{3}{4}N_0 = N_0\left(1 - \frac{3}{4}\right) = \frac{N_0}{4}$$

نعوّض في معادلة التناقص : $\frac{N_0}{4} = N_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{4} = e^{-\lambda t}$ ، وبإدخال اللوغاريتم النيبري على الطرفين نكتب

$-\lambda t = -\ln 4$ ، ومنه $t = \dfrac{\ln 4}{\lambda} = \dfrac{1,38}{1,23 \times 10^{-4}} = 11201\, ans$

أو بما أن $N = \frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^2}$ فإن $t = 2t_{1/2} = 5600 \times 2 = 11200\, ans$

الزمن الموافق لـ 0,1 % من النشاط الابتدائي : لدينا $A = A_0 e^{-\lambda t}$ (3)

لدينا $A = \frac{0,1}{100}A_0 = \frac{A_0}{1000}$ ، وبالتعويض في العلاقة (3) نكتب $\frac{A_0}{1000} = A_0 e^{-\lambda t}$ ، ومنه $\frac{1}{1000} = e^{-\lambda t}$

بادخال اللوغاريتم النيبري على الطرفين $-6,9 = -\lambda t$ ، ومنه $t = \dfrac{6,9}{1,23 \times 10^{-4}} = 56160\, ans$

4 – تصحيح السؤال 4 :

ما هي كتلة هذا النظير الموافقة لنشاط قدره 3×10^7 Bq ؟ (يجب أن تعطى قيمة للنشاط وليس للكتلة) .

$$m = \frac{N(t) \times 14}{N_A} \quad (4)$$

ولدينا $A = \lambda N$ ، وبالتعويض في العلاقة (4) نجد $m = \dfrac{A \times 14}{\lambda N_A} = \dfrac{3 \times 10^7 \times 14}{3,9 \times 10^{-12} \times 6,023 \times 10^{23}} = 1,8 \times 10^{-4}\, g$

في هذا الحساب حوّلنا λ لـ s^{-1} : $\lambda = \frac{1,23\times10^{-4}}{365,25\times24\times3600} = 3,9\times10^{-12}\,s^{-1}$

الزمن اللازم لتفكك $\frac{7}{8}$ من العينة (أي يبقى $\frac{1}{8}$ منها)

$N = \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^3}$ ، ومنه $t = 3t_{1/2} = 3\times5600 = 16800\,ans$